



WB068 Fractal: een zichzelf herhalend meetkundig figuur
Opdracht gemaakt door Aad Monquil, Scala College

Bron: boekje Fractals van Hoveijn en Scholtmeijer

Docentenversie

Opdracht Werkblad Fractals

Leerdoel

De leerlingen leren de kenmerken van een fractal en kunnen uitleggen wat een fractal maakt tot een interessant wiskundig object waar je over kunt redeneren en waar je aan kunt rekenen.

Didactische opzet

Doelgroep leerlingen 4 V.

Te gebruiken bronnen voor de les: het filmpje op Wisebits en het boekje Fractals van Hoveijn en Scholtmeijer.

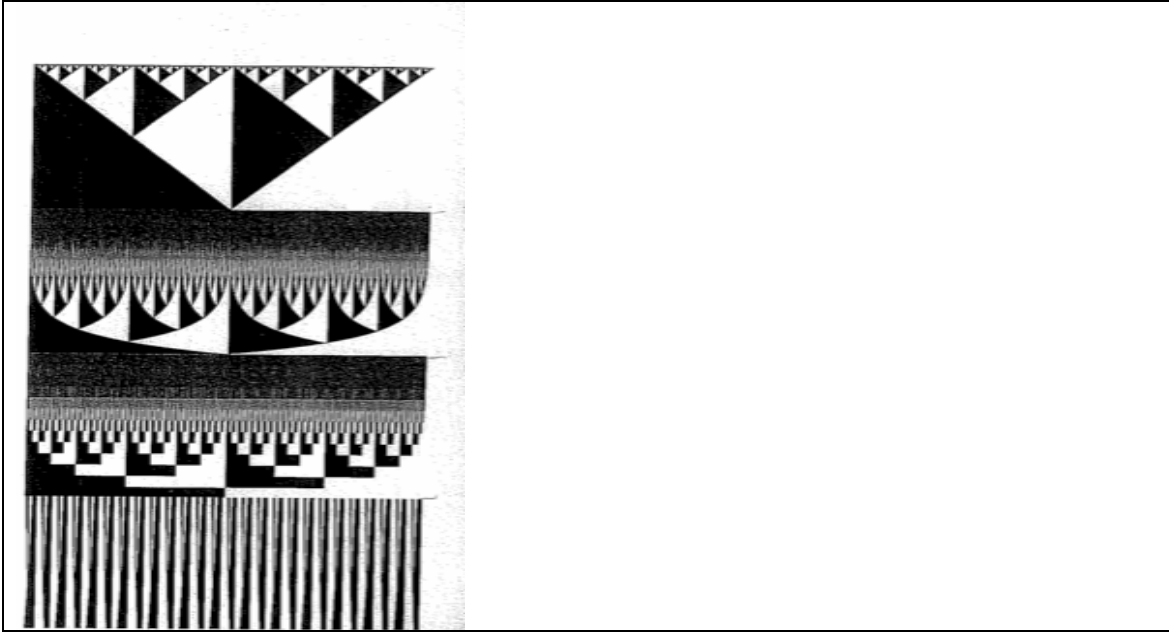
1. Wat is een fractal

De leerlingen zitten in groepjes van 4, ze kunnen zowel elkaar als het bord zien.

De leerlingen bekijken het filmpje klassikaal (eventueel twee keer). Daarna bespreek de docent met de klas wat een fractal is.

Een meetkundige structuur die zichzelf steeds op een kleiner schaal herhaalt. Vergelijk een bloemkoolstronk die bestaat uit kleine bloemkoolstronkjes, een structuur die zich theoretisch tot in het oneindige herhaalt.

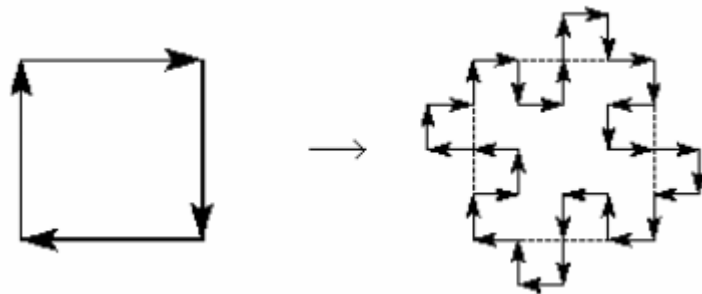
Voorbeeld: Fractals kan je in wiskundige vormen zien, maken en ontdekken, maar ook in de natuur. Een tak van een boom lijkt zelf ook een boom, en op die tak zitten allemaal kleinere takjes die ook allemaal op boompjes lijken. De mensheid bestaat uit allemaal groepen mensen, volken, die uit allemaal groepen mensen bestaat die een dorp of stad vormen, die weer bestaan uit allemaal groepen van mensen die een familie zijn, die bestaan uit een groep mensen die een gezin zijn, enzovoort



2. Teken van het Peano-eiland

De leerlingen werken zelfstandig werken de onderstaande opdrachten van het werkblad fractals uit. De resultaten van de stappen worden in de groepjes besproken.

- a. **Stap 1** Stippel een vierkant van 8 bij 8 centimeter: de oorspronkelijke vorm van het Peano-eiland. De lengte van elke zijde noemen we 1 eenheid. Verdeel elke zijde in 4 gelijke stukjes van $\frac{1}{4}$ eenheid. Vervang elk stukje op de volgende wijze, blijf stippelen of met een dun lijntje tekenen, de pijlen hoef je niet te tekenen.



Figuur 1

Vraag 1: Verschilt de oppervlakte van figuur 1 van die van de oorspronkelijke figuur?

Vraag 2: Verschilt de omtrek van de figuur 1 van die van de oorspronkelijke figuur? Wat is de verhouding?

Stap 2. Vervang elk lijnstukje van $\frac{1}{4}$ op deze wijze (je hoeft niet meer te stippelen, een volgende generatie zal te klein zijn om te tekenen):



De figuur die je nu gekregen hebt noemen we figuur 2.

Vraag 3: Verschilt de oppervlakte van figuur 2 van de oorspronkelijke figuur?

Vraag 4: Wat is er ondertussen met de omtrek gebeurd?

Je hebt gezien dat het Peano-eiland instulpingen en uitstulpingen heeft. De vraag is hoe groot het eiland uiteindelijk wordt.

Vraag 4: Hoever is een uitstulping in figuur 1 verwijderd van het oorspronkelijke lijnstuk?

Vraag 5: Hoever is een uitstulping in figuur 2 verwijderd van het lijnstukje waar het op gebouwd is in figuur 1?

Stap 3: Ga ervan uit dat je het Peano-eiland verder maakt op de wijze van stap 1 en stap 2.

Vraag 5: De uiteindelijke afstand tot de oorspronkelijke figuur noemen we s . Toon aan dat

$$s = \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots$$

Laat zien dat

$$4s = 1 + s \quad \dots \text{en bereken de uiteindelijke afstand } s.$$

Hoe ver raakt het eiland verwijderd van de oorspronkelijke kustlijn?

3. *De resultaten worden klassikaal nabesproken*

De antwoorden worden besproken. De docent rond het werk af met een korte discussie over de belangrijkste kenmerken van fractals.