

WB068 Fractal: een zichzelf herhalend meetkundig figuur Opdracht gemaakt door Aad Monquill, Scala College

Bron: boekje Fractals van Hoveijn en Scholtmeijer

Opdracht Werkblad Fractals

Achtergrond

Een fractal is een meetkundige figuur waarin een zelfde motief zich steeds op kleinere schaal herhaalt. Een fractal heeft de eigenschap om veelvuldig aanwezig te zijn in het grote. Voorbeeld: Een tak van een boom lijkt zelf ook een boom, en op die tak zitten allemaal kleinere takjes die ook allemaal op boompjes lijken.

Leerdoel

Je leert wat de kenmerken van een fractal zijn en je kan uitleggen wat een fractal tot een interessant wiskundig object maakt waar je over kunt redeneren en waar je aan kunt rekenen.

Werkblad fractals

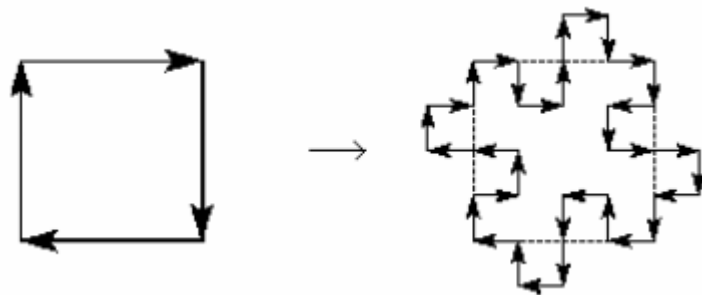
1. *Wat is een fractal*

Je bekijkt met je leerlingen het filmpje. Daarna bespreek de docent met de klas wat een fractal is.

2. *Tekenen van het Peano-eiland*

Je werkt zelfstandig de onderstaande opdrachten van het werkblad fractals uit. De resultaten van de stappen worden in de groepjes besproken.

Stap 1 Stippel een vierkant van 8 bij 8 centimeter: de oorspronkelijke vorm van het Peano-eiland. De lengte van elke zijde noemen we 1 eenheid. Verdeel elke zijde in 4 gelijke stukjes van $\frac{1}{4}$ eenheid. Vervang elk stukje op de volgende wijze, blijf stippelen of met een dun lijntje tekenen, de pijlen hoef je niet te tekenen.



Figuur 1

Vraag 1: Verschilt de oppervlakte van figuur 1 van die van de oorspronkelijke figuur?

Vraag 2: Verschilt de omtrek van de figuur 1 van die van de oorspronkelijke figuur? Wat is de verhouding?

Stap 2. Vervang elk lijnstukje van $\frac{1}{4}$ op deze wijze (je hoeft niet meer te stippelen, een volgende generatie zal te klein zijn om te tekenen):



De figuur die je nu gekregen hebt noemen we figuur 2.

Vraag 3: Verschilt de oppervlakte van figuur 2 van de oorspronkelijke figuur?

Vraag 4: Wat is er ondertussen met de omtrek gebeurd?

Je hebt gezien dat het Peano-eiland instulpingen en uitstulpingen heeft. De vraag is hoe groot het eiland uiteindelijk wordt.

Vraag 4: Hoever is een uitstulping in figuur 1 verwijderd van het oorspronkelijke lijnstuk?

Vraag 5: Hoever is een uitstulping in figuur 2 verwijderd van het lijnstukje waar het op gebouwd is in figuur 1?

Stap 3: Ga ervan uit dat je het Peano-eiland verder maakt op de wijze van stap 1 en stap 2.

Vraag 5: De uiteindelijke afstand tot de oorspronkelijke figuur noemen we s . Toon aan dat

$$s = \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots$$

Laat zien dat

$$4s = 1 + s \quad \dots \text{en bereken de uiteindelijke afstand } s.$$

Hoe ver raakt het eiland verwijderd van de oorspronkelijke kustlijn?

3. De resultaten worden klassikaal nabesproken

De antwoorden worden besproken. De docent rond het werk af met een korte discussie over de belangrijkste kenmerken van fractals.