



**WB198: Dingen uitrekenen zonder ze te snappen**

**Gemaakt door: DIO's Wiskunde, ICLON**

**Niveau:** 3, 4, 5 en 6

**Leerdoel:** onderzoeken van het hoe en waarom van algoritmes

**Vraag 1**

Wiskunde kent algoritmen. Dat zijn voorschriften die je in een aantal stappen gegarandeerd naar de oplossing brengen. Bijvoorbeeld de staartdeling om de uitkomst van een deling te berekenen en de abc-formule om de oplossing van een tweedegraads vergelijking te berekenen (een voorbeeld daarvan: voor welke waarde van  $x$  geldt dat  $4x^2 - 8x + 3 = 0$ ?) Veel mensen leren zo'n algoritme als een truc uit hun hoofd of maken zelf oplossingstrucs.

- Welke trucs gebruik jij?
- Weet je zeker dat ze altijd werken?
- Weet je waarom ze kloppen?

**Vraag 2**

Stel: je hebt een groep mensen die 15 verschillende talen spreken en voor iedere persoon geldt dat hij/zij slechts 1 taal spreekt.

Hoeveel verschillende vertaalmachines (machines die van de ene in de andere taal vertalen) heb je minimaal nodig?

## Tips voor docenten

### vraag 1

Sommige mensen zijn heel kritisch op trucs, omdat de handelingen gedachteloos uitgevoerd kunnen worden. Toch is het soms handig om bepaalde (standaard)problemen gedachteloos te kunnen oplossen en zodoende meer denktijd te kunnen stoppen in nieuwe, minder bekende problemen.

De rekenmachine en computer kunnen ook zo gebruikt worden: je drukt wat knoppen in en, zonder dat je precies weet wat er gebeurt, verschijnt de oplossing. De rekenmachine en computer zijn dan een soort blackbox waar je gegevens instopt en waar een oplossing uitkomt. Zo gaat het ook bij een auto: je stopt er benzine in en zonder dat je precies hoeft te weten hoe, gaan de wielen bewegen.

Er zijn veel trucs die geautomatiseerd zijn en wij mensen proberen dat ook steeds.

Hieronder staan een aantal voorbeelden van algoritmen. Probeer steeds te bedenken waarom het algoritme werkt.

#### 1) De staartdeling

$$\begin{array}{r} 17 \ / \ 116331 \ \backslash \ 6843 \\ \underline{102} \ : \ : \ : \ : \\ 143 \ : \ : \ : \ : \\ \underline{136} \ : \ : \ : \ : \\ 73 \ : \ : \ : \ : \\ \underline{68} \ : \ : \ : \ : \\ 51 \\ \underline{51} \\ 0 \end{array}$$

#### 2) Trek de wortel uit een getal:

$$\sqrt{1234} = 35,12 \dots$$

Berekening in stappen:

1. verdeel 1234 van achteren in tweetallen cijfers, dus 12|34
2. neem de wortel van het voorste getal en rond naar beneden af op een geheel getal:  $\sqrt{12} = 3$
3. trek  $3^2 = 9$  af van 12. Rest 3
4. haal 34 erbij, we hebben nu 334 over
5. twee maal onze voorlopige wortel is  $2 \times 3 = 6$
6. welk cijfer  $c$  voldoet aan  $6c \times c = 334$  of iets kleiner?  $c=5$  want  $65 \times 5 = 325$ . Dus wortel tot dusver **35**
7. trek 325 af van 334. Rest 9

8. haal twee cijfers bij, dus 00. Omdat we de gehelen hebben uitgeput, zal een komma verschijnen in het antwoord. We hebben nu 900
9. twee maal onze voorlopige wortel is  $2 \times 35 = 70$
10. welk cijfer  $c$  voldoet aan  $70c \times c = 900$  of iets kleiner?  $c=1$  want  $701 \times 1 = 701$ . Dus wortel tot dusver **35,1**
11. trek 701 af van 900. Rest 199
12. haal twee cijfers bij, dus 00. We hebben nu 19900
13. twee maal onze voorlopige wortel is  $2 \times 351 = 702$
14. welk cijfer  $c$  voldoet aan  $702c \times c = 19900$  of iets kleiner?  $c=2$  want  $7022 \times 2 = 14044$ . Dus wortel tot dusver **35,12**

Enzovoorts....

- 3) Tel twee breuken op

$$3/5 + 4/7$$

1. Doe  $3 \times 7 = 21$  en  $5 \times 4 = 20$
2. Doe  $5 \times 7 = 35$
3. Doe  $21 + 20 = 41$
4. Uitkomst is  $41/35$

- 4) Vermenigvuldigen van twee breuken

$$3/5 \times 4/7$$

1. Doe  $3 \times 4 = 12$
2. Doe  $5 \times 7 = 35$
3. Uitkomst  $12/35$

## Vraag 2

Misschien dacht je aan het volgende schema:

	Taal 1	Taal 2	Taal 3	.....	Taal 15
Taal 1	x				
Taal 2		x			
Taal 3			x		
.....				x	
Taal 15					x

Dus het aantal vertaalmachines zou dan zijn:  $15 \times 14 = 210$ . Maar het kan 'goedkoper'.

- Kies een van de talen, bijvoorbeeld Engels.
- Maak nu vertaalmachines voor 14 talen naar Engels.
- Vervolgens maak je vertaalmachines van Engels naar de 14 andere talen. Dus 28 vertaalmachines is voldoende.