WB 146 Waarom kan niet alles altijd op een computer
Opdracht gemaakt door Bart Barnard

Docentenversie

Inleiding
In dit filmpje zien we een verkoper zijn route plannen op de computer. Omdat de verkoper slim is, probeert hij een zo kort mogelijke route te plannen tussen alle steden die hij moet bezoeken, om als laatste weer bij zijn eigen stad uit te komen. Uiteraard laat hij dat door een computer uitrekenen.

In Nederland gaat dit prima: de computer is even aan het rekenen maar komt vervolgens met een prima route. De verkoper rijdt de route, brengt zijn nering aan de man en wordt weer verkoper van de maand. Maar wanneer hij hetzelfde wil doen in de Verenigde Staten valt hem al gelijk op dat de computer er veel langer over doet dan in het eerste geval: op zich is dit wel logisch, want er zijn in de VS nu eenmaal veel meer grote steden dan in Nederland (en de grote steden zijn zelf ook veel groter dan die in Nederland).

Het is echter blijkbaar zó veel moeilijker om die route te plannen dat zijn computer het niet trekt -hoewel er toch duidelijk 'kan alles' op staat. Na een aantal pogingen knalt het ding eenvoudigweg uit elkaar.

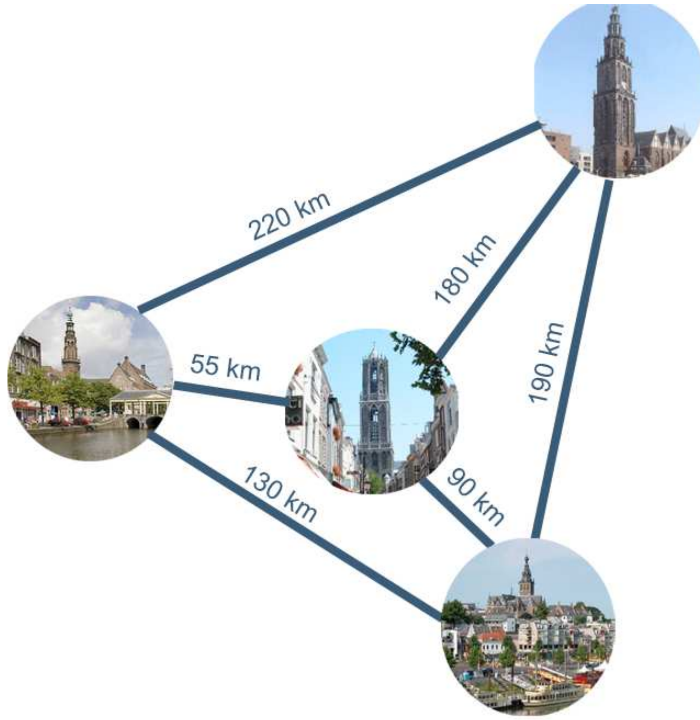
Dit verhaaltje is een bekend voorbeeld van een probleem dat een stuk moeilijker is dan het op het eerste gezicht lijkt. In deze wisebit bespreken we wat de gevolgen zijn van dit probleem voor de praktijk van alledag en bekijken we nog een aantal van vergelijkbare problemen. Het is de bedoeling dat je aan het eind van deze opdrachten een beetje een idee hebt van het vak 'complexiteitstheorie' en binding daarvan met de informatica en computers in het algemeen. In de afsluitende discussie gaan we kijken of dit alles nog gevolgen heeft voor de relatie tussen mensen en machines.

Inleidende opdrachten
Vraag 1: Denk eens aan een standaard matrix van een spelletje boter-kaas-en-eieren: drie regels en drie kolommen. Stel je eens voor dat er in zo'n matrix nog maar één vakje open is. Hoewel vakjes moet je maximaal bekijken om te weten welk vakje dat is?
En wanneer we die matrix uitbreiden met een regel en een kolom, dus dat je een matrix hebt van 4X4? En 5x5?[1]

De vraag hierboven zou je kunnen omschrijven als een probleem: hoeveel vakjes moet je maximaal bekijken om het ene lege vakje te vinden. Als het goed is heb je een bepaalde verhouding gevonden tussen het aantal regels en kolommen van de matrix en het maximaal aantal vakjes wat je moet bekijken. Deze verhouding kun je de complexiteit van het probleem noemen.
Vraag 2: Kun je een formule geven die deze complexiteit uitdrukt? [2]

Vraag 3: Bekijk het kaartje hieronder. Dit stelt een aantal steden in Nederland voor (Leiden, Utrecht, Nijmegen en Groningen: kun je de steden herkennen?), met hun onderlinge afstanden. Als onze verkoper tussen Leiden en Utrecht wil reizen is er eigenlijk maar één route, maar als hij in Leiden woont en zowel Utrecht als Groningen wil bezoeken zijn er twee opties: Leiden - Utrecht - Groningen - Leiden en Leiden - Groningen - Utrecht - Leiden.

Hoeveel routes zijn er wanneer de verkoper alle vier afgebeelde steden wil bezoeken? En stel je nu eens voor dat er één stad bijkomt, bijvoorbeeld Eindhoven. Hoeveel mogelijke paden zijn er dan tussen alle steden?



Het blijkt dat als je één stad toevoegt aan de steden die je wilt bezoeken, dat dan het probleem ineens een stuk moeilijker wordt om op te lossen. Het probleem wordt steeds moeilijker naarmate er meer steden bij komen, maar op een andere manier dan het boter-kaas-en-eieren-voorbeeld hierboven.
Vraag 4: Kun je dit op eenzelfde manier omschrijven als de verhouding tussen het aantal regels en kolommen en de complexiteit van het boter-kaas-en-eieren-probleem?

Vraag 5: Wat betekent dit resultaat voor de alledaagse praktijk? Kun je je de gevolgen voorstellen van dit gegeven voor bijvoorbeeld een vrachtwagenchauffeur? Of wat betekent het voor het ontwerpen van microprocessoren of printplaten?

Verdiepende opdracht
Het voorbeeld wat in het filmpje wordt uitgewerkt heet in de literatuur het handelsreizigerprobleem. Dit probleem kun je eigenlijk op twee verschillende manieren omschrijven:

Gegeven n steden en de onderlinge afstand hiertussen,
1. Wat is de optimale route tussen deze steden waarbij elke stad precies één keer wordt bezocht, de reiziger eindigt op hetzelfde punt als waar hij is begonnen en een minimale afstand wordt afgelegd?
2. En gegeven een afstand x, is er dan een route die korter is dan x?

De eerste vraag is een vraag naar optimalisatie, de tweede vraag is een vraag die met ja of nee beantwoord kan worden. De eerste vraag noemen we een optimalisatieprobleem, de tweede is een beslissingsprobleem.

Als het goed is heb je gezien dat de complexiteit van het boter-kaas-en-eieren probleem kon worden opgeschreven als n^k, waarbij k een constante is (welke?). Dit wordt in de wiskunde een polynoom genoemd. De complexiteit van het probleem van de handelsreiziger is echter niet uit te drukken in een dergelijke formule, het heeft een niet-polynomiale complexiteit: het is een NP-compleet probleem. Kortom, er zijn problemen waarvan de oplossing een stuk moeilijker is dan het in eerste instantie lijkt. Binnen de informatica is er een hele verzameling van dergelijke problemen.

Bespreek in een groepje het volgende probleem:

Vraag 6: Gegeven n mannen en n vrouwen en dat elk van deze personen de personen van de andere sekse heeft gewaardeerd met een cijfer tussen 1 en n, is het dan mogelijk alle personen uit te huwelijken op zo'n manier dat geen enkel duo te vinden is die liever met elkaar zou zijn getrouwd dan met de persoon waaraan ze zijn gekoppeld?[3]

Is dit probleem een optimalisatie-probleem of een beslissingsprobleem?
Is dit probleem NP-compleet of niet? Is er een makkelijk algoritme voor te vinden?

Discussie
We hebben gezien dat er problemen zijn waarvoor het moeilijk -of onmogelijk- is een goed algoritme voor te bedenken. Binnen de informatica is het vinden van algoritmes één van de belangrijkste zaken waar men zich mee bezighoudt. Bij grote databases (denk aan marktplaats, youtube of hyves) is het van belang dat de computer snel die data kan vinden die op dat moment nodig is. Hiervoor is optimalisatie van groot belang.

Vraag 7: Bespreek de gevolgen van de beschreven problematiek voor de informatica. Bekijk bijvoorbeeld de wiki over complexiteitstheorie (http://nl.wikipedia.org/wiki/Complexiteitstheorie).

Vraag 8: Wanneer de handelsreiziger nu eens niet zo nodig de meest efficiënte route zou willen rijden, maar bijvoorbeeld liever over de Veluwe dan door de Polder naar Groningen rijdt, gewoon omdat hij dat een leukere route vindt. Wat gebeurt er wanneer wij ons alleen maar laten leiden door datgene wat uit de informatica als meest efficiënt wordt gezien? Wordt het menselijk aspect niet al te makkelijk uit het oog verloren? Bekijk ook eens de wisebit over grenzen aan het kennen (http://www.wisebits-academy.nl/het_einde_van_het_heelal).

Bonusvraag
Vraag 9: Er is een subtiel verschil tussen de twee kopende partijen in deze wisebit, die appelleert aan een bepaald vooroordeel. Zie je wat er bedoeld wordt? Bekijk in dit kader ook eens de wisebit over wat je cadeau moet geven aan een meisje (http://www.wisebits-academy.nl/wat_geef_je_cadeau_aan_een_meisje).

[1] Het antwoord hierop is natuurlijk n^2, waarbij n het aantal regels en kolommen is.
[2] Bijvoorbeeld $C(p) = n^2$, waarbij C(p) de complexiteit van het probleem genoemd kan worden.
[3] Dit is het Stable Marriage Problem