



WB143 Is er een maximum temperatuur?

Opdracht gemaakt door Eric-Wubbo Lameijer

Docentenversie

Inleiding

De temperatuur van een stof heeft te maken met de snelheid van de deeltjes van die stof. Bij -273.15°C staan alle deeltjes stil, wetenschappers noemen dat dan ook het absolute nulpunt. Bij kamertemperatuur zoeven de zuurstof- en stikstofmoleculen in de lucht met snelheden van honderden meters per seconde door de atmosfeer. En hoe heter het is, des te sneller de moleculen bewegen.

Maar volgens Einstein kan niets sneller bewegen dan het licht (300 000 km/seconde). Betekent dat dan dat er een maximale temperatuur is? Volgens de relativiteitstheorie niet. Temperatuur neemt weliswaar toe met de snelheid van een molecuul, maar wordt uiteindelijk bepaald door zijn kinetische energie. En deze is een product is van de massa van het deeltje en zijn snelheid in het kwadraat. Bij een bepaalde temperatuur zal een licht deeltje dus veel sneller bewegen dan een zwaar deeltje.

Volgens de relativiteitstheorie is de massa van een deeltje echter niet constant! Deeltjes worden zwaarder als ze sneller gaan bewegen. Dit merk je nauwelijks in het dagelijks leven, maar je ziet het wel als deeltjes bijna zo snel gaan als het licht. Als een molecuul op 90% van de lichtsnelheid rondzoeft, en je zou zijn kinetische energie verdubbelen, gaat het maar iets sneller bewegen (op 96% van de lichtsnelheid), maar het wordt wel een stuk zwaarder. En door die verzwaring heeft het inderdaad die twee keer zo hoge kinetische energie ondanks de slechts weinig toegenomen snelheid. Bij een oneindig hoge temperatuur zou je dus geen oneindig snelle moleculen krijgen, maar moleculen die (bijna) de lichtsnelheid halen. Maar door hun snelheid hebben ze wel een oneindig grote massa, en daardoor een oneindig grote kinetische energie en temperatuur.

Maar het zou kunnen dat er een andere bovengrens aan de temperatuur is. Natuurkundigen halen in deeltjesversnellers temperaturen van 10 TK (oftewel 10 000 000 000 000 = 10 biljoen graden Celsius), maar de hoogste temperaturen waarvan we denken dat ze ooit hebben bestaan, vlak na de oerknal, waren rond de 10^{32} graden. Misschien dat als je ooit die temperatuur zou halen, je deeltjes niet nòg sneller en nòg zwaarder zouden worden, maar ineens ontploffen en een heel nieuw heelal laten ontstaan.

Leerdoelen:

1. Het verklaren dat temperatuur te maken heeft met de snelheid van de deeltjes in een stof
2. Het beredeneren van het verband tussen snelheid van deeltjes, temperatuur, en overgangen zoals het smelten, verdampen en ontleden van stoffen.

voor de hogere klassen

3. Het verklaren dat de temperatuur van een stof weliswaar te maken heeft met de snelheid van de deeltjes, maar eigenlijk wordt bepaald door de kinetische energie van de deeltjes.
4. Het kunnen beredeneren dat het bestaan van een maximumsnelheid, de lichtsnelheid, niet per definitie betekent dat er een maximum temperatuur is, wegens relativistische massa.

begrijpen dat het bestaan van een maximumsnelheid, de lichtsnelheid, niet per definitie betekent dat er een maximum temperatuur is, wegens relativistische massa.

Opgaven

1a. Als de atomen niet bewegen, hoe kan ijzer dan warmer worden? En als ze wel bewegen, waarom verdampt ijzer dan niet bij kamertemperatuur

Moleculen gaan sneller als hun temperatuur toeneemt. Een ijzeratoom zou bij kamertemperatuur waarschijnlijk nog steeds tientallen meters per seconde reizen. Toch zal een blok ijzer niet uit zichzelf door de klas stuiteren, en ook niet verdampen. Het ijzer heeft wel een temperatuur, en kan warmer en kouder worden. Als de atomen niet bewegen, hoe kan ijzer dan warmer worden? En als ze wel bewegen, waarom verdampt ijzer dan niet bij kamertemperatuur?

1b. Ontleden en verhitting

Water kookt bij 100 graden Celsius. Rond de 1000 graden Celsius ontleedt het in waterstofatomen en zuurstofatomen. Als de temperatuur nog hoger wordt (bijvoorbeeld in de zon) komen ook de elektronen los van de atoomkernen, en krijg je een fase die 'plasma' genoemd wordt. Wat voor patroon zie je hierin? Zou je met meer verhitting ook een plasma nog kunnen omzetten in iets anders? En wat heeft dit te maken met wat er gebeurt als je je vinger brandt?

Discussieer in een groepje.

Voor 5/6 VWO

2. Relativistische effecten, kinetische energie en temperatuur

Volgens Newton is de kinetische energie van een stof $0,5mv^2$.

De relativiteitstheorie van Einstein produceert echter een andere formule: $E_{\text{kinetisch}} = (\gamma - 1) \cdot mc^2$, waarbij $\gamma = (1 - (v/c)^2)^{-0,5}$ is, oftewel 1 gedeeld door de wortel van $1 - (v^2/c^2)$. Dit lijkt weinig met Newton's formule te maken te hebben, totdat je hem met wiskundige trucs omschrijft in een oneindige reeks die luidt:

$E_{\text{kinetisch}}(\text{Einstein}) = 0,5mv^2 + (3/8)mv^4/c^2 + (5/16)mv^6/c^4 + \dots$ waarbij bij lage snelheden (v is veel kleiner dan de lichtsnelheid c) alle termen behalve de eerste verwaarloosbaar zijn.

Oude cyclotrons konden protonen versnellen tot ongeveer 15 MeV, het CERN kan tegenwoordig protonen een energie geven van 3,5 TeV.

2a. Voor het proton

Een proton weegt $1,67 \cdot 10^{-27}$ kg, $1 \text{ eV} = 1,60 \cdot 10^{-19}$ J, de lichtsnelheid $c = 3,00 \cdot 10^8$ m/s.

Wat is de snelheid van een proton met een kinetische energie van 15 MeV? En een proton van 3,5 TeV? Wat zouden de snelheden van de twee protonen zijn als ze berekend zou worden volgens de formule van Newton?

2b. Voor het stikstofmolecule

Volgens Boltzmann is de kinetische energie van een in drie dimensies bewegend deeltje gelijk aan $1,5kT$ ($E_{\text{kinetisch}} = 1,5kT$), waarbij k de Boltzmann-constante is, $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K.

Stikstofmoleculen op kamertemperatuur ($T = 298\text{K}$) gaan met snelheden van rond de 515 m/s, N_2 , heeft een massa van $28 \text{ amu} = 28 \times 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg, de kinetische energie van een stikstofmolecuul bij kamertemperatuur zou dus $0,5mv^2$ zijn, ofwel $0,5 \times (4,65 \cdot 10^{-26}) \times (515^2) = 6,16 \cdot 10^{-21}$ J, Boltzmann geeft $1,5kT$ ofwel $6,17 \cdot 10^{-21}$ J, wat goed klopt.

Wat zou volgens Boltzmann de temperatuur van een 15 MeV proton zijn? En van een 3.5 TeV proton?

De antwoorden:

15 MeV proton heeft:

volgens Newton: snelheid $5,36 \cdot 10^7$ m/s (oftewel 0,179 maal de lichtsnelheid)

volgens Einstein: snelheid $5,30 \cdot 10^7$ m/s (oftewel 0,177 maal de lichtsnelheid)

volgens Boltzmann: temperatuur $1,16 \cdot 10^{11}$ K

3,5 TeV proton heeft:

volgens Newton: snelheid $2,11 \cdot 10^{15}$ m/s (oftewel 7 miljoen maal de lichtsnelheid)

volgens Einstein: snelheid $3,00 \cdot 10^8$ m/s (oftewel 1,00 maal de lichtsnelheid, eigenlijk 0,99999999 maal de lichtsnelheid)

volgens Boltzmann: temperatuur $2,71 \cdot 10^{16}$ K

Je ziet allereerst dat voor lagere snelheden de door Newton en Einstein geschatte snelheden dicht bij elkaar liggen, relativistische effecten treden vooral op als de snelheid de snelheid van het licht benadert.

De temperatuur van 10^{16} K is een stuk hoger dan die gegeven in Wikipedia voor het CERN (10^{13} K). Het is goed mogelijk dat je voor een exacte temperatuurberekening gecompliceerdere formules nodig hebt; Boltzmann's formule was ontwikkeld voordat Einstein de relativiteitstheorie creëerde. Maar zelfs 10^{13} K is al ver boven ieder intuïtief begrip van 'heetheid', het is niet verwonderlijk dat wetenschappers zulke extreme omstandigheden als een ideale test zien voor hun modellen.